

Analysis of the Stochastic Mortality Models Based on Lee-Carter Model in Predicting Mortality Rates in Life and Health Insurance

Mohammad Mehdi Gholi Keshmarzi¹, Shirin Shoaee^{*}

¹Department of Actuarial Science, Faculty of Mathematical Sciences, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

***Corresponding Author:** Shirin Shoaee, PhD in Statistics, Assistant Professor, Department of Actuarial Science, Faculty of Mathematical Sciences, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran. Email: Sh_Shoaee@sbu.ac.ir

Received: April 4, 2021

Revised: May 19, 2021

Accepted: May 31, 2021

Online Published: June 15, 2021

Abstract

Introduction: Demographic indicators such as mortality rates play a very important role in health, financial and pension policies. Therefore, the accuracy of mathematical models in predicting death is an important challenge, and a more accurate prediction of life expectancy has an increasing impact on the policy-making of a large part of society. Therefore, the purpose of this study is to predict the mortality rate based on the family of stochastic mortality models and compare the results with each other.

Methods: One of the practical methods for predicting mortality is the Lee-Carter model. But this method, like other extrapolation methods, does not include information about the effects of medical, behavioral, or social advances on mortality rates. Among the generalizations of the Lee-Carter model are the Renshaw-Haberman and Currie models, which also apply age-specific cohort effects. In this study, a family of stochastic models is used to estimate model parameters, age-specific mortality rates and predict mortality rates. In this regard, human mortality database (HMD) data is used. But there is no information about our country in this database. Since the French mortality model is very close to the Iranian model and the life tables of this country (TD 88-90) are used in Iranian insurance applications, so the crude death rate of French men in the years 1900-2018 on the ages of 18, 40 and 65 years is used.

Results: In this study, three different models of this family were evaluated. Based on the parameter estimation, the models fitted to the data and finally, the mortality rate prediction were found that the Renshaw-Haberman model performed better in predicting the mortality rate for all ages under study than the other two models.

Conclusion: In this study, by generalizing the Lee-Carter model by applying the age-specific cohort effects, the performance of the model was improved and the optimal method was presented by evaluating these models.

Keywords: Life Expectancy, Mortality Prediction, Stochastic Mortality Model, Lee-Carter Model, Renshaw-Haberman Model, Currie Model

Citation:

Gholi keshmarzi MM, Shoaee S. Analysis of the Stochastic Mortality Models Based on Lee-Carter Model in Predicting Mortality Rates in Life and Health Insurance. Iran J Health Insur. 2021;4(1):68-79

تحلیل مدل‌های مرگ‌ومیر تصادفی برپایه مدل لی-کارتر در پیش‌بینی نرخ مرگ‌ومیر در بیمه‌های زندگی و درمان

محمد مهدی قلی‌کشم‌ری^۱، شیرین شعاعی^{۱*}

^۱ گروه علوم بیم‌سنجی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

* نویسنده مسئول: شیرین شعاعی، دکتری آمار، استادیار، گروه علوم بیم‌سنجی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.
پست الکترونیک: Sh_Shooae@sbu.ac.ir

تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۰/۰۳/۲۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۱۰

تاریخ تصحیح: ۱۴۰۰/۰۲/۲۹

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۱۵

مقدمه: شاخص جمعیتی از جمله نرخ مرگ و میر در سیاست‌گذاری‌های مربوط به بهداشت و سلامت، مالی و سیستم بازنشستگی نقش بسیار مهمی دارند. به همین دلیل دقت مدل‌های ریاضی در پیش‌بینی مرگ و میر یک چالش مهم است و پیش‌بینی دقیق‌تر امید به زندگی تأثیر فزاینده‌ای بر سیاست‌گذاری بخش عمده‌ای از اجتماع دارد. هدف از این پژوهش، پیش‌بینی نرخ مرگ و میر بر اساس خانواده مدل‌های مرگ و میر تصادفی و مقایسه نتایج با یکدیگر است.

روش بررسی: یکی از روش‌های کاربردی برای پیش‌بینی مرگ و میر، مدل لی-کارتر است. اما در این روش همانند سایر روش‌های برون‌یابی، اطلاعات پیرامون تأثیرات حاصل از پیشرفت‌های پزشکی، رفتاری یا اجتماعی روی نرخ مرگ و میر لحاظ نمی‌شود. از جمله تعمیم‌های مدل لی-کارتر، مدل‌های رینشو-هابرمن و کوری هستند که اثرات هم‌گروهی سنین خاص از داده‌ها را نیز اعمال می‌کنند. در این پژوهش از یک خانواده از مدل‌های تصادفی برای برآورد پارامترهای مدل، نرخ‌های مرگ و میر ویژه سنی و پیش‌بینی نرخ مرگ و میر استفاده می‌شود. در این راستا، از داده‌های پایگاه اطلاعات مرگ و میر انسانی (HMD) استفاده می‌شود اما اطلاعات مربوط به کشور ما در این پایگاه وجود ندارد. از آنجا که الگوی مرگ و میر فرانسه به الگوی ایران بسیار نزدیک است و از جداول عمر این کشور (TD 88-90) در کاربردهای بیمه ایران استفاده می‌شود، از نرخ فوت خام مردان فرانسه در سال‌های ۲۰۱۸-۱۹۰۰ بر روی سنین ۱۸، ۴۰ و ۶۵ سال استفاده می‌کنیم.

یافته‌ها: در این پژوهش ۳ مدل مختلف از این خانواده مورد ارزیابی قرار گرفتند. براساس برآورد پارامترها، مدل‌های برازش‌شده به داده‌ها و درنهایت پیش‌بینی نرخ مرگ و میر مشاهده شد که در پیش‌بینی نرخ مرگ و میر برای همه سنین تحت بررسی مدل رینشو-هابرمن بهتر از دو مدل دیگر عمل کرده است.

نتیجه‌گیری: در این پژوهش با تعمیم مدل لی-کارتر به وسیله اعمال اثرات هم‌گروهی سنین خاص عملکرد مدل بهبود و روش بهینه با ارزیابی این مدل‌ها ارائه شد.

واژگان کلیدی: امید به زندگی، پیش‌بینی مرگ و میر، مدل مرگ و میر تصادفی، مدل لی-کارتر، مدل رنشو-هابرمن، مدل کوری

مقدمه

تعداد فوتی‌ها و علل مربوط به آنها از پایه‌ای‌ترین اطلاعات مورد نیاز برای تشخیص وضعیت سلامت جامعه و مقابله با عوامل مخاطره به‌شمار می‌آید. مرگ و میر انسان به‌طور قابل ملاحظه‌ای طی یک قرن گذشته بهبود یافته است. داشتن تصویری درست از آینده جمعیت برای برآورد صحیح جمعیت سالخورده در سال‌های آتی به‌منظور

شاخص‌های جمعیتی (همچون نرخ باروری، نرخ مرگ و میر و نرخ رشد جمعیت) همواره نقش به‌سزایی در تصمیم‌گیری‌های کلان جمعیتی داشته‌اند. از این بین نرخ مرگ و میر مهم‌ترین عامل در تغییر الگوی جمعیت کشورها به حساب می‌آید. بنابراین اطلاعات مربوط به

زمان پایدار می‌مانند. اغلب روش‌های جدید پیش‌بینی مرگ و میر از مدل‌های دوعاملی با دو عامل سن و دوره و یا سن و گروه استفاده می‌کنند. مدل‌های سه‌عاملی نرخ مرگ و میر را به‌عنوان تابعی از سن، دوره و گروه در نظر می‌گیرند.

انتخاب مدل پایه، ارتباط نزدیکی با تعیین رویکرد و روش خاص پیش‌بینی دارد. این انتخاب به معیارهای متعددی از قبیل در دسترس بودن داده‌ها، هدف پیش‌بینی و افق پیش‌بینی بستگی دارد. به‌طور کلی، پیش‌بینی مرگ و میر مبتنی بر ۳ رویکرد است: رویکرد مبتنی بر تجربه (ذهنی)، رویکرد مبتنی بر برون‌یابی و رویکرد مبتنی بر علت. رویکرد اغلب روش‌های پیش‌بینی مرگ و میر، برون‌یابی است. این روش‌ها از نظم موجود در الگوهای سنی و روندها در طول زمان استفاده می‌کنند. در رویکرد مبتنی بر علت از مدل‌های مرگ و میر ساختاری یا همه‌گیر ناشی از علت‌های مرگ مشخص استفاده می‌شود و متغیرهای برون‌زای کلیدی، شناخته‌شده و قابل اندازه‌گیری هستند. در رویکرد مبتنی بر تجربه، پیش‌بینی مبتنی بر دیدگاه‌های ذهنی خبرگان است و در نتیجه از درجات مختلف رسمیت برخوردار خواهد بود. روش‌های جدید پیش‌بینی از برون‌یابی سری زمانی استفاده می‌کنند که با توجه به اینکه کمترین قضاوت ذهنی در آن وارد می‌شود، در بیان الگوی داده‌ها دقت بالاتری دارد [۵].

روش‌هایی که در گذشته به‌منظور پیش‌بینی نرخ مرگ و میر مورد استفاده قرار می‌گرفتند نسبتاً ساده و تا حدودی مبتنی بر سلیقه فردی بودند، اما اخیراً روش‌های پیشرفته‌تری در این حوزه ارائه شده است. از آنجا که مرگ و میر انسان‌ها در قرن پیش رو بستگی به پیشرفت‌های پزشکی آینده، بیماری‌های عفونی جدید و حتی بلایای طبیعی و انسانی دارد، دقت مدل‌های ریاضی در پیش‌بینی مرگ و میر یک چالش مهم است و پیش‌بینی هرچه دقیق‌تر امید به زندگی تأثیر چشم‌گیری بر سیاست‌گذاری بخش عمده‌ای از اجتماع دارد. یکی از این جنبه‌ها که باعث ایجاد الگوی چنین پدیده‌ای تصادفی می‌شود، بروز سیستماتیک ریسک طول عمر در صندوق‌های بیمه عمر و مستمری به‌ویژه در کشورهای صنعتی است.

روش‌های بسیاری در حوزه پیش‌بینی هموار مرگ و میر ارائه شده است. یکی از مدل‌های مهم برای پیش‌بینی مرگ و میر، مدل لی-کارت [۶] است. گرچه این روش بر اساس داده‌های مرگ و میر ایالات متحده آمریکا و براساس داده‌های ۱۹۰۰ تا ۱۹۸۷ طراحی شده بود اما عملکرد بسیار خوبی در مدل‌بندی و پیش‌بینی بلندمدت نرخ مرگ و

برنامه‌ریزی‌های دقیق برای سیستم‌های تأمین اجتماعی، مراقبت‌های بهداشتی، مالی و سیستم درآمدی بازنشستگی برای تأمین آینده این قشر از جامعه و ساخت جداول آتی عمر مطابق با محتمل‌ترین الگوی مرگ و میر و قیمت‌گذاری صحیح سالانه‌های عمر و درمان تنها بخشی از کاربردهای پیش‌بینی مقادیر آتی نرخ مرگ و میر است. از این رو هر تلاشی در راستای افزایش دقت پیش‌بینی الگوی آتی مرگ و میر، تأثیر مستقیمی در بهبود نتایج در هر یک از کاربردهای فوق خواهد داشت.

یکی از اطلاعات بسیار مهم و مؤثر در این زمینه، جدول مرگ و میر مناسب است که باید منعکس‌کننده وضع کنونی و ادامه حیات جمعیت باشد. شاخص اصلی جدول عمر، امید زندگی در بدو تولد، به‌عنوان سنجح سطح سلامت در جمعیت در نظر گرفته می‌شود [۱]. اگرچه منافع گوناگونی می‌توان برای جداول عمر برشمرد، اما ساختن آن در جمعیت‌ها نیازمند داده‌های مرگ با جزئیات سنی و جنسیتی است که این‌گونه اطلاعات همیشه و همه‌جا و با درجات یکسانی از دقت در دسترس نیستند. بنابراین در مناطق و کشورهایی که داده‌های ثبت مرگ با جزئیات مورد نیاز در دسترس نیست [۲] و یا به‌دلیل ضعف نظام ثبت دچار کم‌ثبتي یا خطای گزارش باشند [۳] ساختن جدول عمر دشوار خواهد شد. برای ساخت جدول عمر به نرخ‌های مرگ و میر برای همه سنین نیاز است و با اتکا به نرخ مرگ و میر می‌توان کل عناصر جدول را به‌دست آورد، اما منحنی نرخ مرگ و میر برای همه انسان‌ها از مدل یکسانی پیروی نمی‌کند. به همین دلیل مدل‌سازی مرگ و میر امری بسیار مهم است و تاریخچه‌ای طولانی دارد که در این زمینه می‌توان به‌مدل‌های دموآور، گومپرتز، مکهم، پرکز و هلیگمن و پولارد اشاره کرد [۴]. مدل‌های مرگ و میر تنها برای یکنواخت کردن و برازش نرخ‌های مرگ و میر مشاهده شده به کار می‌روند.

از سوی دیگر پیش‌بینی نرخ مرگ و میر پیشینه کوتاه‌تری دارد. لازمه پیش‌بینی مرگ و میر، ساخت یک مدل پایه از داده‌ها و گسترش مدل برای پیش‌بینی است. این مدل‌ها ممکن است مجزا از هم باشند یا در یک چارچوب منفرد یکپارچه شوند. ۳ عامل سن، دوره و گروه برای طبقه‌بندی مدل پایه به‌صورت صفر، یک، دو یا سه عاملی به‌کار می‌رود. مدل‌های صفرعاملی شامل یک اندازه کلی و یا یک نرخ ویژه سنی است. مدل‌های یک‌عاملی، نرخ مرگ و میر را به‌عنوان تابعی از سن در نظر می‌گیرند و این مزیت را دارند که الگوهای سنی در طول

استفاده از روندهای گذشته پیش‌بینی کنیم. چندین مدل برای حل مسئله وجود دارد و انتخاب مدل پایه ارتباط نزدیکی با تعیین رویکرد و روش خاص پیش‌بینی دارد. یکی از مدل‌های مشهور دوعاملی برای پیش‌بینی مرگ و میر، مدل لی-کارتر است که دو عامل سن و دوره را مد نظر قرار می‌دهد. برای بررسی اثر هم‌گروهی تعمیم‌هایی از این مدل (مدل‌های رینشو-هابرمن و کوری) را مد نظر قرار می‌دهیم. برای بررسی این مدل‌ها از داده‌های بانک اطلاعاتی مرگ و میر انسانی (HMD) استفاده می‌کنیم. متأسفانه داده‌های مربوط به کشور ایران در این بانک اطلاعاتی بارگذاری نشده است. چون در میان تمامی کشورها، الگوی مرگ و میر فرانسه به الگوی ایران بسیار نزدیک است و هم‌اکنون نیز از جدول مرگ و میر ۹۰-۸۸ فرانسه با کمی تغییرات در کاربردهای بیمه ایران استفاده می‌شود، در این پژوهش از نرخ فوت خام فرانسه در سال‌های ۱۹۰۰ تا ۲۰۱۸ استفاده می‌کنیم و به برآزش و پیش‌بینی در این مدل‌ها بر اساس اطلاعات ثبت‌شده برای سنین ۱۸، ۴۰ و ۶۵ سال می‌پردازیم. برای تعیین میزان دقت پیش‌بینی از دو معیار میانگین قدر مطلق خطا و جذر میانگین مربعات خطا استفاده می‌کنیم. در ادامه جزئیات مدل‌ها و رویکردهای مورد نظر بررسی می‌شود و در نهایت نتایج عددی مربوط به مدل‌های پیش‌بینی بیان و مقایسه و نتیجه مقاله بیان می‌شود.

روش بررسی نمادگذاری

در بررسی مدل‌های پیش‌بینی نیازمند استفاده از نمادها و روابطی هستیم که در ادامه به‌طور مختصر به برخی از آنها اشاره می‌کنیم:

* سال تقویمی: t : شروع بررسی از زمان t تا زمان $t+1$ است.

* $m(x,t)$: نرخ فوت خام برای سن x در زمان t است و می‌توان آن را به‌صورت $m(x,t) = \frac{\text{تعداد فوتی‌ها در زمان تقویمی } t \text{ در سن } x}{\text{میانگین جمعیت در زمان } t \text{ قبل سن } x}$ به‌دست آورد. میانگین جمعیت معمولاً با برآورد جمعیت قبل سن x با میانگین از سال تقویمی تقریب زده می‌شود. اصولاً نرخ فوت $m(x,t)$ برابر است با امید ریاضی فوت‌ها تقسیم بر تعداد افرادی که در معرض خطر قرار دارند.

* $q(x,t)$: نرخ مرگ و میر است که برابر با احتمال فوت فرد x ساله در زمان t است.

* $\mu(x,t)$: شدت مرگ و میر است. نرخ فوت آتی برای افراد در سن دقیق x در زمان t تعبیر می‌شود. شدت مرگ در زمان کوچک dt بین سن t تا $t+1$ برابر با $\mu(x,t)dt$ است.

میر در بسیاری از کشورهای توسعه‌یافته داشته است. این روش یکی از مدل‌های دوعاملی برای پیش‌بینی مرگ و میر است و به‌عنوان یک روش برون‌یابی، ترکیبی از یک مدل جمعیت‌شناسی غنی (با کمترین پارامتر) و روش‌های سری زمانی شناخته می‌شود. اگرچه در این روش همانند سایر روش‌های برون‌یابی، اطلاعات پیرامون تأثیرات حاصل از پیشرفت‌های پزشکی، رفتاری یا اجتماعی روی نرخ مرگ و میر لحاظ نمی‌شود، اما به‌دلایل مختلف استفاده از آن بر سایر روش‌های برون‌یابی برتری دارد [۷]. شایان ذکر است مدل لی-کارتر علاوه بر نرخ مرگ و میر، برای نرخ شیوع بیماری‌ها نیز به‌کار برده شده است و با استفاده از این ایده متوسط هزینه‌های بیمارستانی-پزشکی مدل‌بندی شده است [۸ و ۹]. یکی از توسیع‌های مدل لی-کارتر مدل رینشو-هابرمن است. این مدل توسط رنشو و هابرمن در سال ۲۰۰۶ ارائه شد [۱۰] که در حقیقت یک تعمیم برای مدل ارائه شده توسط لی و کارتر بود که با اضافه کردن اثر هم‌گروهی به آن، مدل جدیدی ارائه شد. به‌عبارت دیگر، مدل لی-کارتر به یک کلاس گسترده‌تر از مدل‌های عمومی پارامتری، غیرخطی گسترش یافت و این امکان فراهم شد تا مدل‌سازی و برون‌یابی از اثرات گروهی در دوره خاص سن انجام شود. از تعمیم‌های دیگر مدل لی-کارتر، مدل کوری است که یک مدل ساده‌تر برای اعمال اثرات مرتبط به یک گروه خاص (هم‌گروهی) از داده‌ها را ارائه می‌دهد. این مدل توسط کوری در سال ۲۰۰۶ ارائه شد که کاربرد بیشتر آن در آمار زیستی است و حالت خاصی از مدل رینشو-هابرمن به شمار می‌رود [۱۱].

باتوجه به پدیده‌های ترکیبی و سیستماتیک و همچنین افزایش تدریجی امید به زندگی، همراه با کاهش نرخ تولد در کشورهای صنعتی، ثبات و سازگاری سیستم‌های رفاه اجتماعی در سراسر جهان به خطر می‌افتد. عواقب این دو معضل در چندین حوزه، به‌ویژه در محیط‌های مالی و مؤثر اقتصادی، موضوعاتی است که بیش از دو دهه مورد بررسی قرار گرفته است. در این زمینه پیشرفت‌های جدیدی در حوزه مالی و بیمه صورت گرفته که یکی از کارهای مقابله با این پدیده، افزایش بازارهای انتقال ریسک‌های طول عمر به منظور بهتر شدن گسترش این ریسک‌هاست. در این مفهوم بدون شک مدل‌های پیش‌بینی دقیق و ساده که شامل تغییرات جمعیت شناختی هستند، اهمیت ویژه‌ای دارند.

باتوجه به موارد مطرح شده و اهمیت مدل‌بندی و پیش‌بینی نرخ مرگ و میر در این مقاله سعی خواهیم کرد مرگ و میر آینده را با

که $\log m(x, t)$ ، لگاریتم طبیعی نرخ مرگ و میر مشاهده شده در سن x ، سال t و α_x و $\beta_x^{(1)}$ پارامترهای وابسته به سن و $\kappa_t^{(1)}$ وابسته به زمان است. α_x متوسط زمانی لگاریتم نرخ مرگ و میر در سن x است، به عبارت دیگر، $\exp(\alpha_x)$ شکل کلی منحنی نرخ مرگ و میر را نشان می‌دهد. $\kappa_t^{(1)}$ شاخص مرگ و میر در سال t است که روند اصلی موجود در لگاریتم طبیعی نرخ مرگ و میر در تمامی سنین در طول زمان را نشان می‌دهد. $\beta_x^{(1)}$ بیانگر میزان تغییرات در لگاریتم نرخ مرگ و میر سن x به ازای شاخص مرگ و میر در طول زمان است. به عنوان مثال مقدار این پارامتر برای گروه سنی نوزادان و کودکان بیشتر از گروه سنی سالمندان است. بنابراین، این دو گروه با تغییر در شاخص مرگ و میر به ترتیب تحت تأثیر بیشترین و کمترین تغییر خواهند بود. مؤلفه $\epsilon_{x,t}$ نیز برابر با مؤلفه خطا در سن x و زمان t است، عبارت خطای $\epsilon_{x,t}$ دارای توزیع گوسی با میانگین صفر و واریانس σ^2 و بیانگر بخشی از تغییرات نرخ مرگ و میر ویژه سنی است که توسط مدل توضیح داده نمی‌شود. در مدل لی-کارتر هیچ متغیر توضیحی در سمت راست این رابطه وجود ندارد. بنابراین مدل را نمی‌توان با استفاده از روش‌های رایج رگرسیونی برازش کرد. برای یافتن یک مجموعه جواب یکتا برای پارامترهای مدل، دو قید زیر به مدل اعمال می‌شود:

$$I: \sum_{t=t_1}^{t_1+T-1} \kappa_t^{(1)} = 0 \quad II: \sum_{x=x_1}^{x_N} \beta_x^{(1)} = 1$$

قید اول بیانگر آن است که مجموع انحرافات از روند کلی مرگ و میر در بازه زمانی $[t_1, t_1+T-1]$ صفر در نظر گرفته می‌شود. قید دوم نشان می‌دهد که مجموع پاسخ‌های گروه‌های سنی به تغییر در شاخص $\kappa_t^{(1)}$ برابر واحد خواهد بود. برآورد پارامترها به روش حداقل مربعات را می‌توان با استفاده از تقریب درجه اول روش تجزیه مقادیر منفرد محاسبه کرد. برای مشاهده جزئیات بیشتر برآورد پارامترهای مدل به مقالات [۴ و ۱۳] می‌توان مراجعه کرد.

پس از برآورد پارامترها و نرخ‌های مرگ و میر ویژه سنی به پیش‌بینی نرخ مرگ و میر با استفاده از این مدل می‌پردازیم. در این راستا ابتدا به مدل بندی سری زمانی، κ_t پرداخته و سپس با پیش‌بینی مقادیر κ_t مقادیر نرخ مرگ و میر $m(x, t)$ را برای هر گروه سنی و در هر زمان خاص پیش‌بینی می‌کنیم. برای انجام پیش‌بینی در مرحله اول κ_t به کمک سری‌های زمانی مدل سازی شده و مقادیر آتی آن پیش‌بینی می‌شود. یافتن بهترین مدل برای κ_t بسیار اهمیت دارد زیرا یک مدل نامناسب منجر به پیش‌بینی نادرست رفتار آتی نرخ مرگ و

دو مقدار $m(x, t)$ و $q(x, t)$ به طور معمول از نظر مقدار به یکدیگر نزدیک هستند. در این راستا فرض کنید که برای اعداد صحیح t, x و تمام $u < 1, s \geq 0$ داشته باشیم $\mu(x+u, t+s) = \mu(x, t)$. بدین معنا که شدت مرگ و میر در هر سال از سن صحیح و سال تقویمی ثابت است. این فرض شامل دو مورد زیر می‌شود:

$$I: m(x, t) = \mu(x, t), \quad II: q(x, t) = 1 - \exp(-\mu(x, t)) = 1 - \exp(-m(x, t))$$

رابطه اول در تجزیه و تحلیل داده‌های نرخ فوت و رابطه دوم در بررسی مدل‌های پارامتری مرگ و میر مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۲]. شایان ذکر است که این فرض دقیقاً برقرار نیست اما رابطه حاصل بین $m(x, t)$ و $q(x, t)$ به طور کلی یک تقریب دقیق را فراهم می‌کند.

نرخ مرگ و میر مرکزی و مدل مرگ و میر

تعداد کل مرگ‌هایی که در طی یک سال در جامعه روی می‌دهد «رقم مطلق مرگ» نامیده می‌شود، اما دانستن این رقم به تنهایی نمی‌تواند سودمند واقع شود. از این رو برای درک صحیح شرایط جمعیتی و امکان‌پذیری مطالعات تطبیقی، ناچار از محاسبه نرخ مرگ و میر هستیم. محاسبه نرخ مرگ برای کلیه اعضای جامعه که در طول یک سال معینی در معرض مرگ قرار داشته‌اند «نرخ مرگ و میر عمومی» یا «خام» نامیده می‌شود. نرخ مرگ و میر عمومی از راه تقسیم تعداد مرگ‌های یک سال d_x بر جمعیت میانه آن سال به دست می‌آید. اگر جمعیت مانا باشد (جمعیتی که تعداد افراد در سن x که در سال t فوت می‌کنند برابر با تعداد افرادی است که در این سال به سن x می‌رسند) می‌توان به جای جمعیت در میانه سال از جمعیت در پایان سال E_x استفاده کرد. بنابراین نرخ مرگ و میر را می‌توان به صورت $m_x = \frac{d_x}{E_x}$ به دست آورد. تمام مدل‌هایی که در ادامه مورد بررسی قرار می‌دهیم، از فرم $\text{logit}(q(x, t)) = \log m(x, t) = \sum_i \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} \gamma_{(t-x)}^{(i)}$ قرار می‌دهیم، از فرم الگوبرداری می‌کنند که در این رابطه $\beta_x^{(i)}$ تأثیرهای سن افراد، $\kappa_t^{(i)}$ اثرهای دوره‌های زمانی و $\gamma_{(t-x)}^{(i)}$ اثرهای مربوط به گروه‌های سنی را نمایش می‌دهند. حال به تفکیک جزئیات مدل‌های موردنظر را بیان می‌کنیم.

مدل لی-کارتر

یکی از مدل‌های دو عاملی برای پیش‌بینی مرگ و میر، مدل لی-کارتر است. ساختار این مدل به صورت زیر است:

$$\log m(x, t) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \epsilon_{x,t} \quad (1)$$

پیش‌بینی سری زمانی برآورد شده $k_t^{(1)}$ و γ_{t-x} ، با استفاده از فرآیندهای ARIMA یک متغیره تحت فرض استقلال بین دوره و اثرات گروهی، حاصل می‌شود. رنشیو و هابرمین چندین زیرسازی از مدل را با تنظیم یک ثابت یا اصلاحات تعدیل‌کننده سن در نظر گرفتند. یک حالت خاص $\beta_x^{(0)}=1$ است که توسط هابرمین و رنشیو در سال ۲۰۱۱ به‌عنوان ساختار ساده‌تر و کاربردی پیشنهاد شده است [۱۵].

مدل کوری

این مدل توسط کوری در سال ۲۰۰۶ ارائه شد که در واقع یک مدل ساده‌تر برای اعمال اثرات مرتبط به یک گروه خاص از داده‌ها ارائه می‌دهد. ساختار این مدل به شرح زیر است:

$$\log m(x, t) = \alpha_x + \frac{1}{n_a} \kappa_t^{(1)} + \frac{1}{n_a} \gamma_{t-x}$$

که n_a تعداد افراد موجود در هر سن را نشان می‌دهد. این مدل همچنین یک حالت خاص از مدل رنشیو و هابرمین است به‌طوری‌که اگر در این مدل $\beta_x^{(0)} = 1/n_a$ و $\beta_x^{(1)} = 1/n_a$ باشد مدل کوری حاصل می‌شود. از آنجا که مدل رنشیو و هابرمین متعلق به خانواده مدل لی-کارت است این مدل هم می‌تواند در این خانواده از مدل‌های تصادفی قرار گیرد. در مدل کوری هیچ شرطی برای هموارسازی برای پارامترها اعمال نمی‌شود و از محدودیت‌های زیر برای برازش مدل استفاده می‌کنیم:

$$\sum_t \kappa_t^{(1)} = 0 \quad \sum_{x,t} \gamma_{t-x} = 0,$$

برای مدل کوری به یک محدودیت بیشتری احتیاج داریم. مقدار $k_t^{(1)}$ از $\delta((t - \bar{t}) - (x - \bar{x}))$ باید به γ_{t-x} اضافه و مقدار $\delta(t - \bar{t})$ از $k_t^{(1)}$ کم و مقدار $\delta(x - \bar{x})$ به α_x اضافه می‌کنیم، بدون اینکه تأثیری در دو محدودیت بالا داشته باشد. در حقیقت δ به عنوان پارامتر نوسان استفاده می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\delta = - \frac{\sum_x (x - \bar{x})(\alpha_x - \bar{\alpha}_x)}{\sum_x (x - \bar{x})},$$

که در این رابطه $\bar{\alpha}_x = n_y^{-1} \sum_t \log m(x, t)$ است. برآورد پارامترها با توجه به موارد بیان شده به‌صورت زیر است:

$$\bar{\kappa}_t^{(1)} = \kappa_t^{(1)} - n_a \delta(t - \bar{t}),$$

$$\bar{\gamma}_{t-x} = \gamma_{t-x} + n_a \delta((t - \bar{t}) - (x - \bar{x})),$$

$$\bar{\alpha}_x = \alpha_x + \delta(x - \bar{x}).$$

میر خواهد شد. این مدل مناسب با استفاده از روش شناسایی باکس و جنکینز انتخاب خواهد شد [۱۲]. تحقیقاتی که در حوزه مدل‌سازی نرخ مرگ و میر با استفاده از روش لی-کارت در کشورهای توسعه‌یافته انجام گرفته، حاکی از آن است که یک مدل گام تصادفی با رانش به خوبی κ_t را مدل‌سازی کرده و عمده تغییرات در داده‌های نرخ مرگ و میر ویژه سنی به کمک این مدل پوشش داده می‌شود. در مرحله دوم پیش‌بینی، مقادیر نرخ مرگ و میر ویژه سنی پیش‌بینی می‌شوند. چنانچه از عبارت خطا صرف نظر شود، تغییرات در نرخ مرگ و میر در یک سال خاص کاملاً به هم وابسته و تابعی خطی از پارامتر متغیر زمانی κ_t است.

مدل رنشیو-هابرمین

این مدل توسط رنشیو و هابرمین در سال ۲۰۰۶ ارائه شد و در حقیقت یک تعمیم برای مدل ارائه شده توسط لی و کارت است که با اضافه کردن اثر گروهی مرتبط با سنین خاص به مدل لی-کارت ارائه شد و باعث اعمال فاکتور عوامل کاهش مرگ و میر در مدل شد. به عبارت دیگر با این تعمیم، مدل لی-کارت به یک کلاس گسترده‌تر از مدل‌های پارامتری غیرخطی گسترش می‌یابد و این امکان را می‌دهد تا مدل‌سازی و برون‌یابی به‌وسیله اثرات گروه-سن و اثرات دوره-سن انجام شود. در این مدل همانند مدل لی-کارت از توزیع دوجمله‌ای و پواسن برای مدل کردن فوتی‌ها استفاده می‌شود. ساختار این مدل به شرح زیر است:

$$\log m(x, t) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} k_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{(t-x)}, \quad t-x \in [t_1 - x_k, t_n - x_1]$$

که γ_{t-x} تابعی است که اثرات مرتبط با داده‌ها را در یک گروه خاص نشان می‌دهد. در حقیقت مدل لی-کارت یک حالت خاص این مدل است اگر $\beta_x^{(0)}$ و γ_{t-x} صفر باشند. این مدل نیز دارای مشکلات شناسایی‌پذیری مشابه با مدل قبلی است. بنابراین ما برای اطمینان از شناسایی‌پذیری مدل محدودیت‌های زیر اعمال می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \sum_t \kappa_t^{(1)} &= 0, & \sum_x \beta_x^{(1)} &= 1, \\ \sum_{x,t} \gamma_{t-x} &= 0, & \sum_x \beta_x^{(0)} &= 1. \end{aligned}$$

محدودیت‌های اول و سوم بدان معنی است که تخمین α_x (حداقل تقریباً) برابر با میانگین بازه t برای $\log m(x, t)$ خواهد بود. محدودیت‌های دوم و چهارم شبیه به محدودیت دوم در مدل لی-کارت است. پیش‌بینی‌های نرخ مرگ و میر برای این مدل با استفاده از

یافته‌ها

پیش‌بینی نرخ مرگ و میر با استفاده از مدل‌های تصادفی خانواده لی-کارتر

در خانواده مدل‌های مرگ و میر تصادفی سن-دوره-گروه عامل پویایی دوره مرگ و میر توسط شاخص $\kappa_t^{(i)}$ که $i=1, \dots, N$ و شاخص گروهی توسط γ_{t-x} معرفی می‌شود. ما نیازمند پیش‌بینی نرخ فوت‌ها از طریق پیش‌بینی شاخص‌های دوره و گروه هستیم. برای شاخص دوره ما رویکرد استاندارد را که تحت مدل قدم‌های تصادفی چند متغیره به همراه رانش است، ارائه می‌کنیم.

$$\begin{aligned}\kappa_t &= \delta + \kappa_{t-1} + \epsilon_t^K \\ \epsilon_t^K &\sim N(0, \Sigma)\end{aligned} \quad \kappa_t' = (\kappa_t^{(1)} \dots \kappa_t^{(N)})', \quad (2)$$

که δ یک بردار N بعدی از پارامترهای رانش و Σ ماتریس $N \times N$ واریانس کوواریانس برای نوفه سفید چندمتغیره ϵ_t^K است. چالش اصلی هنگام پیش‌بینی مدل‌های مرگ و میر تصادفی تعیین پویایی اثر گروه است. برای داشتن یک نقطه شروع ساده فرض می‌کنیم شاخص گروه توسط فرآیند ARIMA تک‌متغیره مستقل از شاخص دوره عمل می‌کند. در حقیقت فرض ما این است که γ_{t-x} توسط یک فرآیند ARIMA(p,q,d) به همراه رانش مدل می‌شود، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}\Delta^d \gamma_c &= \delta_0 + \phi_1 \Delta^d \gamma_{c-1} + \dots + \phi_p \Delta^d \gamma_{c-p} + \epsilon_c \\ &+ \delta_1 \epsilon_{c-1} + \dots + \delta_p \epsilon_{c-p},\end{aligned} \quad (3)$$

که Δ عملگر تفاضل، δ_0 پارامتر رانش، $\phi_1, \dots, \phi_p$ ضرایب اتورگرسیو با این شرط که $\phi_p \neq 0$ و $\delta_p \neq 0$ و $\delta_1, \dots, \delta_p$ ضرایب میانگین متحرک با شرط $\delta_p \neq 0$ و ϵ_c فرآیند نوفه سفید گوسی با واریانس σ_ϵ است.

از مدل‌های سری زمانی در روابط (۲) و (۳) برای مقادیر پیش‌بینی شاخص، دوره $\kappa_{t_n+s} = (\kappa_{t_n+s}^{(1)}, \dots, \kappa_{t_n+s}^{(N)})'$ و شاخص گروه $\gamma_{t_n+s-x_1}$ که $s=1, \dots, h$ به ترتیب می‌توان استفاده کرد. بنابراین پیش‌بینی نرخ مرگ و میر به صورت زیر است:

$$\mu_{x,t_n+s} = \alpha_x + \sum_{i=1}^N \beta_x^{(i)} \kappa_{t_n+s}^{(i)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t_n+s-x}.$$

در این پژوهش برای پیش‌بینی شاخص گروه در مدل رنشيو-هابرمن و کوری از مدل سری زمانی ARIMA(1,1,0) استفاده می‌شود.

معیارهای ارزیابی خطا

پس از برآورد پارامترهای موجود در هریک از مدل‌ها باید میزان دقت پیش‌بینی این مدل‌ها را با محاسبه میزان خطای پیش‌بینی بررسی کرد. برای سنجش این نوع خطا در این مقاله از دو معیار میانگین قدر مطلق خطا (MAE) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) استفاده می‌شود. این معیارها را با استفاده از روابط زیر می‌توان محاسبه کرد:

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |e_i|}{n}, \quad RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n}}.$$

که در آن n تعداد پیش‌بینی‌ها و e_i ها خطای پیش‌بینی هستند که از تفاوت مقدار پیش‌بینی و مقدار واقعی به دست می‌آیند.

مطالعه عددی

در تمامی کشورها سرشماری هرچند سال یکبار صورت می‌گیرد اما برای تهیه جدول، این نوع داده‌ها به دلیل مداوم نبودن مورد استفاده قرار نمی‌گیرند. گام اول برای تهیه داده‌ها، استفاده از روش دقیق و کارآمد در جمع‌آوری این اطلاعات است. بانک اطلاعات مرگ و میر (HMD) با همکاری موسسه برکلی در دانشگاه کالیفرنیا آمریکا و موسسه تحقیقاتی دموگرافیک در آلمان تأسیس شده است. این موسسه با استفاده از روش ویلموت که در سال ۲۰۰۲ ارائه شد، شروع به جمع‌آوری داده‌های مرگ و میر کرده است. این بانک اطلاعاتی شامل داده‌های مرگ و میر کشورهایی است که توانایی ثبت فوت و داده‌های سرشماری را دارند. اکثر کشورهای توسعه‌یافته در این بانک اطلاعاتی سهیم هستند و تاکنون اطلاعات مربوط به ۵۱ کشور در این بانک اطلاعاتی بازگذاری شده است. متأسفانه داده‌های مربوط به کشور ما در این بانک اطلاعاتی بازگذاری نشده و داده‌های سازمان ثبت احوال کشور با وجود ثبت تعداد افراد فوت شده به تفکیک هر سن و سال، در گزارش دقیق اطلاعات با مشکلاتی مواجه است، به‌صورتی که در بسیاری از شهرهای کوچک و روستاها به دلیل فقدان سیستم نظارتی، فوت کودکان زیر یک سال به‌طور دقیق ثبت نمی‌شود. باتوجه به اطلاعات در دسترس، امکان مدل‌بندی و پیش‌بینی دقیق مرگ و میر در ایران برای ما وجود ندارد که این امر نیازمند تعریف یک بانک اطلاعاتی قوی و جامع در ایران است. در میان تمامی کشورها، الگوی مرگ و میر فرانسه به الگوی ایران بسیار نزدیک است و امروزه از جداول عمر این کشور در کاربردهای بیمه ایران استفاده می‌شود در این پژوهش از نرخ فوت خام مردان فرانسه در سال‌های ۱۹۰۰ تا ۲۰۱۸

اثر سن، نشان دهنده تغییر مرتبط با گروه‌های سنی متفاوت است که ناشی از تغییرات فیزیولوژی، تجربه‌های اجتماعی و... است. اثرات دوره نشان‌دهنده تغییرات در طول زمانی است که به‌طور همزمان تمام گروه‌های سنی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. این تغییرات ممکن است تغییرات اجتماعی، فرهنگی و فیزیکی باشد. اثرات گروه مرتبط است با تغییرات در میان گروه افراد که رویدادهای اولیه نظیر تولد، ازدواج را در یک سال واحد تجربه کردند که ممکن است منعکس‌کننده تجربیات مختلف برای گروه‌های سنی پی‌درپی در دوره‌های زمانی متوالی باشد.

برای تجزیه و تحلیل داده‌ها از نرخ فوت خام مردان فرانسه در سال‌های ۱۹۰۰ تا ۲۰۱۸ بر روی ۳ سن ۱۸، ۴۰ و ۶۵ سالگی تمرکز می‌کنیم. افراد ۱۸ ساله نماینده افرادی هستند که تازه وارد صندوق شده‌اند، ۴۰ ساله‌ها به‌دلیل بیمه‌پرداز بودن در صندوق‌های بازنشستگی و افراد در سن ۶۵ سالگی به‌دلیل شروع سن بازنشستگی مورد بررسی قرار می‌گیرند. جریان‌های مالی برای این ۳ دسته از افراد به‌توجه زیادی نیاز دارد. شایان ذکر که هیچ مدلی نمی‌تواند بر اساس تمام معیارها بهترین شود.

با تقسیم داده‌های مرگ و میر به دو پنجره پسر و (۱۹۸۰ تا ۱۹۸۰) و پیشرو (۱۹۸۰ تا ۲۰۱۸) برآورد پارامترهای هر یک از مدل‌های تصادفی را با برازش مدل به داده‌های پنجره پسر و محاسبه می‌کنیم. بهترین برازش مدل مرگ و میر با بررسی باقی‌مانده‌های مدل برازش‌شده تجزیه و تحلیل می‌شود. الگوهای منظم در باقی‌مانده‌ها

جدول ۱ | معیارهای میانگین قدر مطلق خطا و جذر میانگین مربعات خطا برای مدل‌های مختلف

مدل	سن	میانگین قدر مطلق خطا (MAE)	جذر میانگین مربع خطا (RMSE)
لی-کارت	۱۸	۳.۵۴	۴.۰۹
	۴۰	۲.۹۶	۳.۴۱
	۶۵	۱۰.۱۸۹	۱۰.۵۸۶
رنشيو و هابرم	۱۸	۰.۴۲	۰.۵۰
	۴۰	۱.۱۰	۱.۳۴
	۶۵	۶.۱۷	۷.۸۰
کوری	۱۸	۲.۱۳	۲.۵۵
	۴۰	۸.۹۹	۱۰.۴۱
	۶۵	۵۹.۲۵	۶۵.۰۶

بر روی سنین ۱۸، ۴۰ و ۶۵ سال جهت برازش و پیش‌بینی استفاده می‌شود. شایان ذکر است که نرخ مرگ و میر مصوب بیمه مرکزی جمهوری اسلامی ایران بر مبنای جدول TD 88-90 کشور فرانسه است. مطالعات و بررسی‌های بسیاری بر مبنای نرخ‌های مرگ و میر ارائه شده در این جدول صورت گرفته و یا نرخ‌های محاسبه شده با سایر رویکردها و روش‌های پیشنهادشده با این جدول مقایسه شده‌اند [۱۶ و ۱۷].

برای کار با داده‌ها، ابتدا داده‌های مرگ و میر را به دو پنجره پسر و پیشرو تقسیم می‌کنیم که پنجره پسر شامل سال‌های ۱۹۰۰ تا ۱۹۸۰ است و پنجره پیشرو شامل ۱۹۸۰ تا ۲۰۱۸ است. ابتدا مدل‌های مرگ و میر تصادفی مورد نظر را روی پنجره پسر و داده‌ها پیاده‌سازی می‌کنیم؛ به‌صورتی که بهترین برازش با استفاده از مدل روی این پنجره از داده‌ها اتفاق افتد. سپس به پیش‌بینی با استفاده از پنجره پیشرو می‌پردازیم و در ادامه بررسی می‌کنیم که آیا این پیش‌بینی‌ها عملکرد مناسبی با توجه به نرخ خام مشاهده شده دارند یا خیر.

همان‌طور که اشاره شد مدل لی-کارت یک مدل دوعاملی بسیار معروف در پیش‌بینی مرگ و میر است. در این پژوهش قصد داریم از خانواده مدل‌های مرگ و میر تصادفی (دوعاملی و سه‌عاملی) جهت پیش‌بینی مرگ و میر استفاده و به مقایسه مدل‌ها با یکدیگر بپردازیم. از آنجا که از اطلاعات مرگ و میر کشور فرانسه که نزدیک به الگوی مرگ و میر ایران است استفاده شده، برخلاف سایر پژوهش‌های مرتبط در این حوزه سعی شده که از اطلاعات به‌روزتر، صحیح‌تر و دقیق‌تر استفاده شود [۱۸]. بر اساس این اطلاعات از بین خانواده مدل‌های لی-کارت بهترین مدل برای پیش‌بینی انتخاب شد، به‌طوری که بتواند عملکرد بهتری در محاسبات و سیاست‌گذاری‌های مربوط به بیمه‌های (اجتماعی و تجاری) و صندوق‌های بازنشستگی داشته باشد.

بحث

برآورد پارامترها و پیش‌بینی در مدل‌های مختلف

همان‌طور که اشاره شد، جمعیت‌شناسان، اپیمیلوژیست‌ها و دانشمندان علوم اجتماعی سعی بر تحلیل داده‌ها بر اساس سن X مدت زمان t به‌عنوان متغیرهای توضیحی در مطالعات وابسته به زمان کردند. اخیراً محققان به توسعه مدل‌هایی پرداختند که در آن هر ۳ عامل (سن-دوره-گروه) به‌طور بالقوه در مطالعات وقایع مهم هستند. یکی از اهداف تحلیل سن-دوره-گروه، ارزیابی تأثیر یکی از این ۳ عامل بر روی نتایج مؤثر حاصل از دیگر ابعاد وابسته به زمان است.

در نمودار ۲ مقادیر برازش داده شده توسط خانواده مدل‌های لی-کارت (خطوط مشکی) و نرخ فوت خام مشاهده شده (دایره‌های توخالی) بر روی پنجره پسر و برای سنین ۱۸، ۴۰ و ۶۵ سالگی نمایش داده شده است. با توجه به نمودارها بهترین برازش برای سن ۱۸ سالگی مربوط به مدل رینشو-هابرمن، برای سن ۴۰ سالگی مربوط به مدل لی-کارت و برای سن ۶۵ سالگی مربوط به مدل کوری است.

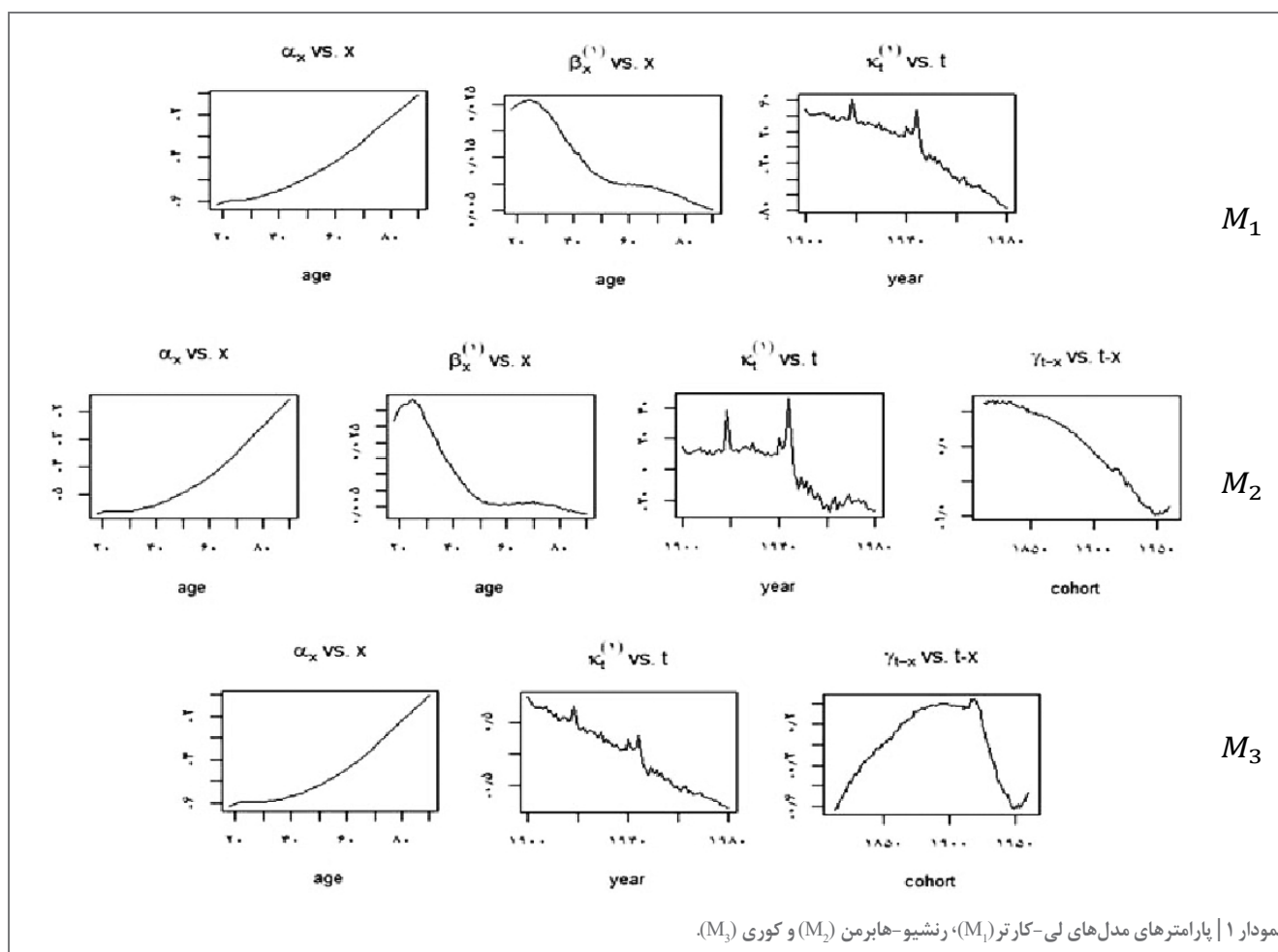
با استفاده از نمودارهای برازش داده شده در پنجره پسر، شروع به پیش‌بینی پنجره پیشرو می‌کنیم. در نمودار ۳ پیش‌بینی مربوط به مدل‌های خانواده لی-کارت (خطوط مشکی) و نرخ فوت خام مشاهده شده (دایره توخالی) ارائه شده است. با توجه به نمودارها مشاهده می‌شود که مقادیر پیش‌بینی در مدل رینشو-هابرمن (خط مشکی) به مقادیر نرخ فوت خام (دایره‌های توخالی) در مقایسه با مدل‌های دیگر نزدیک‌تر است.

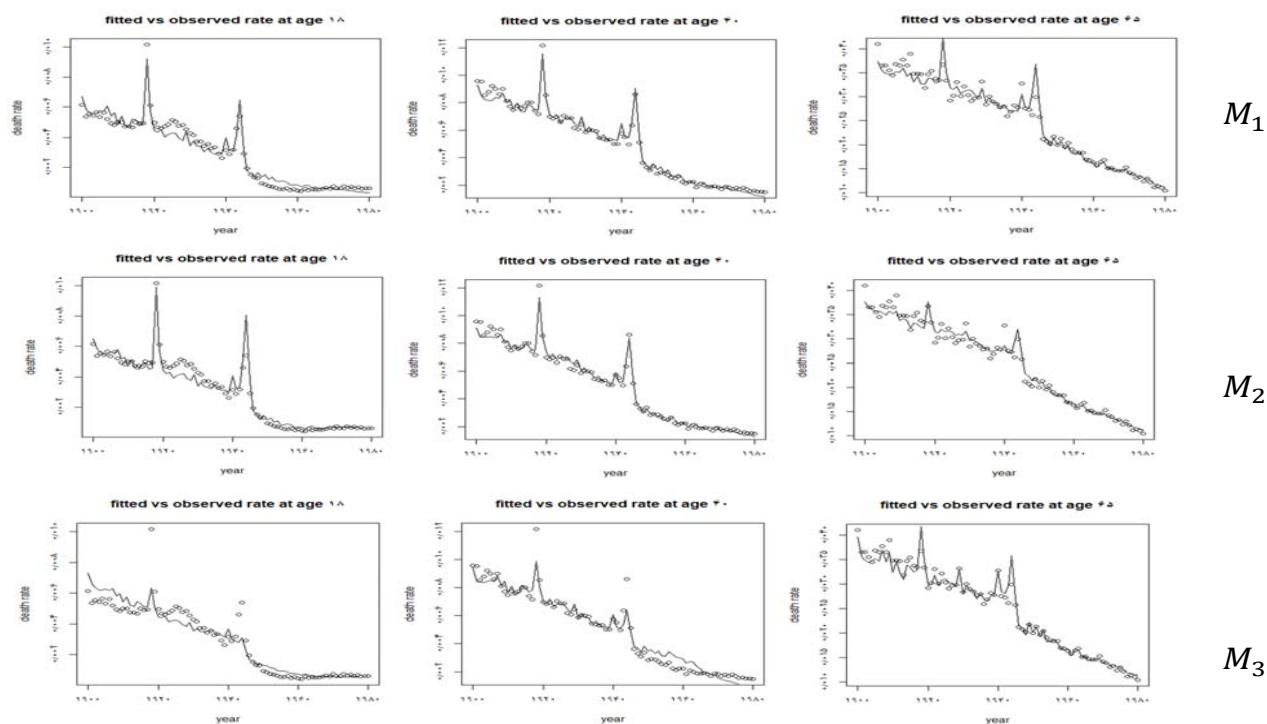
برای مقایسه بهتر و دقیق‌تر می‌توان از ۲ مقدار خطا شامل میانگین

نشان‌دهنده ناتوانی مدل در توصیف مناسب داده‌هاست.

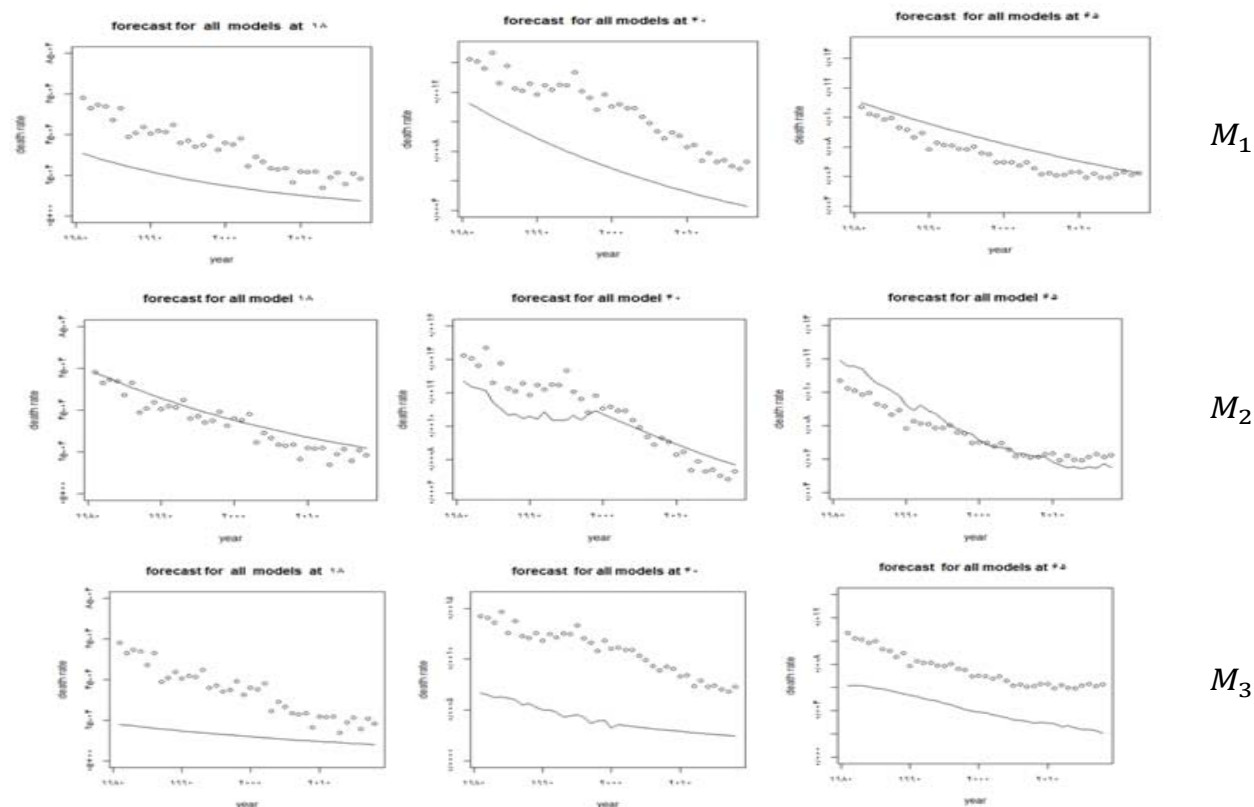
برآورد پارامترهای مربوط به هر کدام از مدل‌های خانواده لی-کارت در نمودار ۱ نمایش داده شده است. با توجه به این نمودار، برای پارامتر دوره که با $\kappa_t^{(1)}$ نمایش داده شده، دارای نوسان در دو ناحیه است که دلیل آن وقایع تاریخی است. با مرور تاریخی در برهه‌های از زمان مشخص می‌شود که علل آن جنگ جهانی اول طی سال‌های ۱۹۱۴ تا ۱۹۱۸، ویروس آنفولانزای اسپانیایی در سال ۱۹۱۸ و جنگ جهانی دوم طی سال‌های ۱۹۳۹ تا ۱۹۴۵ است.

پارامتر ثابت که با نماد α_x نمایش داده شده است، برای هر ۳ مدل خانواده لی-کارت روندی تقریباً صعودی دارد که نشان‌دهنده تغییر نکردن مقدار ثابت برای هر ۳ مدل خانواده لی-کارت است. پارامتر گروه γ_{t-x} که برای مدل رینشو-هابرمن و کوری نمایش داده‌ایم برای مدل رینشو-هابرمن روندی نزولی و برای مدل کوری روندی سینوسی دارد که بیانگر استوار نبودن پارامتر گروه برای مدل کوری است.





نمودار ۲ | برازش تحت مدل‌های لی-کارت (M_1)، رنشیو-هابرم (M_2) و کوری (M_3) (خطوط مشکی) و نرخ فوت خام مشاهده شده (دایره‌های توخالی)



نمودار ۳ | پیش‌بینی تحت مدل‌های لی-کارت (M_1)، رنشیو-هابرم (M_2) و کوری (M_3) (خطوط مشکی) و نرخ فوت خام مشاهده شده (دایره‌های تو خالی)

عمل کرده است. همچنین مشخص شد که توان و کارآمدی خانواده مدل های لی-کارتر در پیش بینی مرگ و میر بالاست.

تقدیر و تشکر

مقاله حاضر حاصل بخشی از نتایج پایان نامه دانشجوی محمدمهدی قلی کشمرزی در مقطع کارشناسی ارشد به راهنمایی دکتر شیرین شعاعی است. مطالعه حاضر در کمیته اخلاق دانشگاه شهید بهشتی بررسی و کد اخلاق «IR.SBU.REC.1400.023» را اخذ کرده است.

References

- Lopez AD, Salomon JA, Ahmad OB, Murray CJ, Mafat D, World Health Organization. Life tables for 191 countries: data, methods and results. World Health Organization, 2002.
- Moultrie TA, Dorrington RE, Hill AG, Hill K, Timæus IM, Zaba B. Tools for demographic estimation. International Union for the Scientific Study of Population; 2013.
- United Nations. Department of International Economic, National Research Council (US). Committee on Population. Indirect techniques for demographic estimation. New York: United Nations; 1983.
- Komijani A, Koosheshi M, Niakan L. Iran mortality rates using Lee-Carter model: Estimation and forecasting. Sanaat-E-Bimeh. 2014; 28(4):1-25.[Persian]
- Tabeau E. A Review of Demographic Forecasting Models for Mortality. Forecasting Mortality in Developed Countries. 2001:1-32.
- Lee RD, Carter LR. Modeling and Forecasting US Mortality. J Am Stat Assoc. 1992;87(419):659-71.
- Deaton A, Paxson, C. Mortality, Income, and Income Inequality over Time in the Britain and the United States. Technical Report 8534 National Bureau of Economic Research Cambridge, MA. 2004.
- Christiansen M, Denuit M, Lazar D. The Solvency II square-root formula for systematic biometric risk. Insurance: Mathematics and Economics. 2012;50(2):257-65.
- Moosavi SS, Payandeh Najafabadi A. Modelling the laboratory health costs during 2015 to 2019. Iran J Health Insur. 2020;3(3):200-9.[Persian]
- Renshaw RE, Haberman S. A cohort-based extension to the Lee-Carter model for mortality reduction factors. Insurance: Mathematics and Economics. 2006;38(3):556-70.
- Currie ID. Smoothing and forecasting mortality rates. Statistical Modelling. 2006;4(4):279-98.
- Brouhns N, Denuit M, Vermunt, JK. Measuring the longevity risk in mortality projections. Bulletin of the Swiss Association of Actuaries. 2002;2(1):105-30.
- Zokaei M, Alehoseini FS. A Comparison of Singular Spectrum Analysis Method with Methods in Lee-Carter Family in

قدر مطلق خطا و جذر میانگین مربع خطا استفاده کرد که این مقادیر در جدول ۱ نمایش داده شده است. باتوجه به مقادیر جدول ۱ در همه سنین مدل رینشو-هابرمن بهتر از ۲ مدل دیگر عمل کرده و میزان خطای کمتری را نشان داده است.

نتیجه گیری

پیش بینی مرگ و میر یا شاخص سطح آن یعنی امید به زندگی جزء لاینفک پیش بینی های جمعیتی است و نقشی اساسی در محاسبات جمعیتی، بهداشتی و مالی و بیمه ای دارد. به همین دلیل توجه بسیاری از متخصصان و پژوهشگران به این موضوع جلب شده است. خطای پیش بینی نرخ مرگ و میر با توجه به تغییرات اقلیمی، پیشرفت های پزشکی، بیماری های جدید و کاهش میزان نرخ تولد و فوت برای مدل هایی که در گذشته مورد استفاده قرار می گرفتند بسیار زیاد است. از این رو دقت مدل های ریاضی در پیش بینی مرگ و میر یک چالش مهم است و پیش بینی هرچه دقیق تر امید به زندگی تأثیر چشمگیری بر سیاست گذاری بخش عمده ای از اجتماع دارد.

یکی از مدل های مهم برای پیش بینی مرگ و میر، مدل لی-کارتر است اما در این روش همانند سایر روش های برون یابی، اطلاعات پیرامون تأثیرات حاصل از پیشرفت های پزشکی، رفتاری یا اجتماعی روی نرخ مرگ و میر لحاظ نمی شود. بنابراین با تعمیم این مدل و ارائه یک خانواده از مدل های تصادفی به منظور پیش بینی، سعی شده که این گونه اثرات در مدل های پیش بینی به دلیل افزایش دقت پیش بینی اعمال شوند. این خانواده از مدل ها مستقیماً قادر به پیش بینی مرگ و میر بر حسب سن بوده و ارقام پیش بینی به سهولت با ساختن یک جدول عمر واقعی، قابل تبدیل به هر یک از شاخص های مرگ و میر از جمله امید به زندگی است. این روش های مدل سازی مرگ و میر به دلایل مختلف بر روش های دیگر برتری دارد. اول اینکه هر نرخ پیش بینی توسط مدل های سری زمانی مدل سازی می شود. دوم اینکه همبستگی شدیدی بین این نرخ ها وجود دارد. سوم اینکه پیش بینی مستقل هر نرخ امکان ترکیب نرخ ها و تشکیل ساختارهای سنی غیر محتمل در آینده را امکان پذیر می سازد. در این راستا ۳ مدل مختلف این خانواده مورد ارزیابی قرار گرفتند. براساس برآورد پارامترها، مدل های برازش شده به داده ها و در نهایت پیش بینی نرخ مرگ و میر با استفاده از پنجره پیشرو مشاهده شد که در پیش بینی نرخ مرگ و میر برای همه سنین مدل رینشو-هابرمن بهتر از ۲ مدل دیگر

- Forecasting Mortality Rate. Iranian Journal of Insurance Research. 2014;29(1):23-51.[Persian]
14. Box GE, Jenkins GM. Time Series Analysis: Forecasting and Control. San Francisco: Holden-Day, 1976.
 15. Haberman S, Renshaw A. A comparative study of parametric mortality projection models. Insurance: Mathematics and Economics. 2011;48(1):35-55.
 16. Zokaei M, Maghsoudi M. Reconstruction of Frailty-Based Mortality Models by a Generalization of Gompertz Distribution. Sanaat-E-Bimeh. 2011;25(4):59-85.[Persian]
 17. Hassan Zadeh H, Daraei D. Mortality rates estimation of active insured members of social insurance fund of farmers, villagers and tribes in 2016 Iran J Health Insur. 2020;3(1):57-66. [Persian]
 18. Cairns AJ, Blake D, Dowd K, Coughlan GD, Epstein D, Ong A, Balevich I. A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from England and Wales and the United States. N Am Actuar J. 2009;(13)1:1-35.